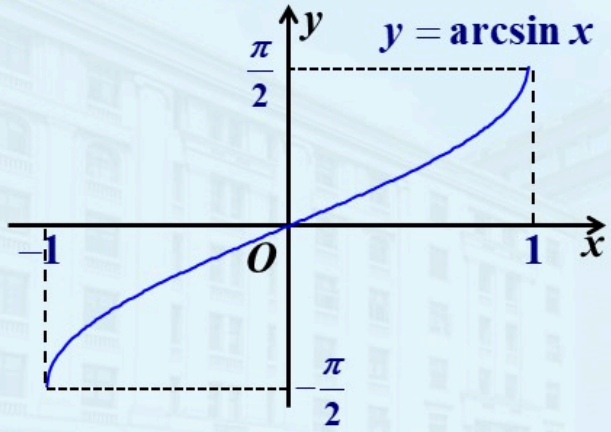
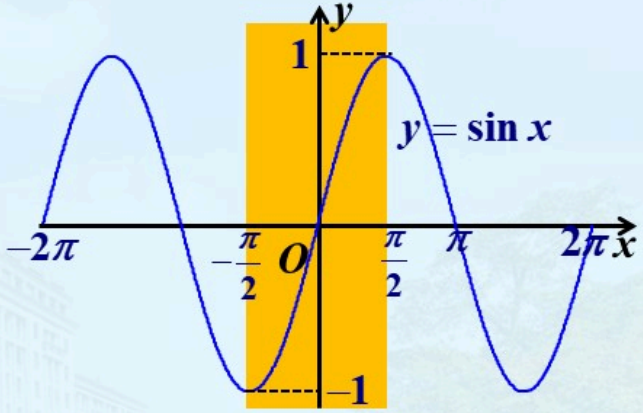
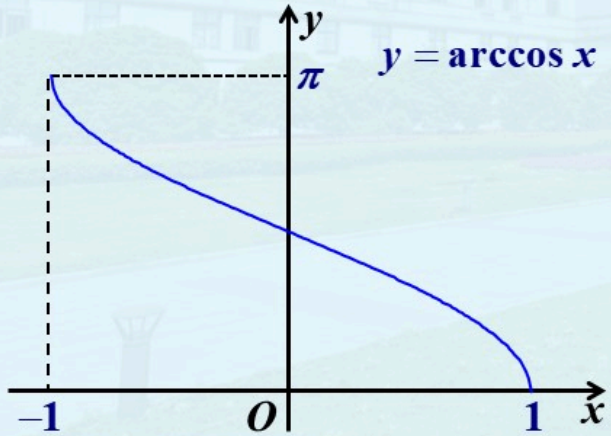
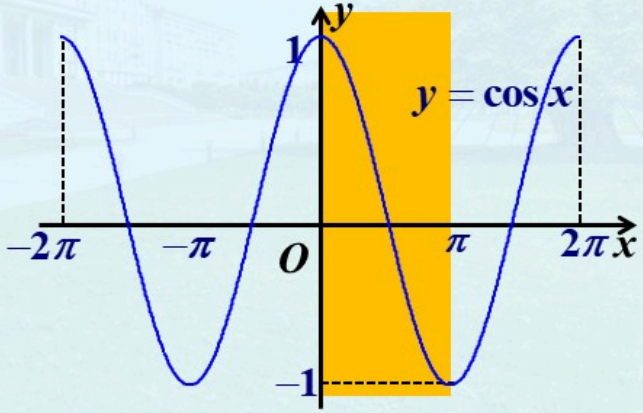
6. 反三角函数



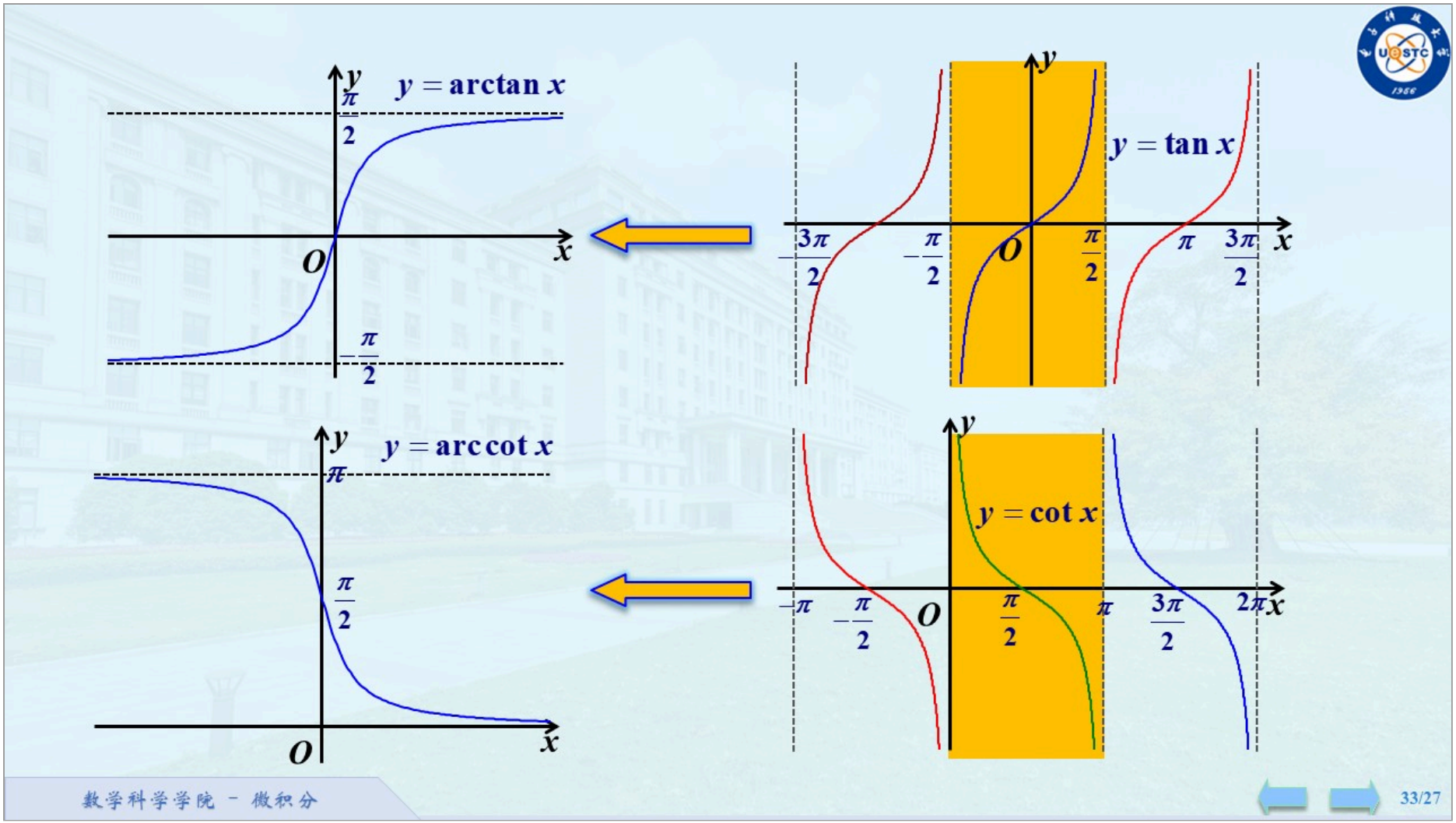






数学科学学院 - 微积分

32/27


y
x
O
$y = \arctan x$
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
$y = \tan x$
$-\frac{3\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
$y = \operatorname{arccot} x$
π
$\frac{\pi}{2}$
$y = \cot x$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{2}$
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
数学科学学院 - 微积分
33/27

附录2：常用公式

1. 幂指对函数公式

(1) $a^b \cdot c^b = (ac)^b$　　(2) $\dfrac{a^b}{c^b} = \left(\dfrac{a}{c}\right)^b$　　(3) $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

(4) $\left(a^b\right)^c = a^{bc}$　　(5) $\log_a b^c = c\log_a b$　　(6) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

(7) $\log_a a^b = b$ 或 $\ln e^b = b$　　(8) $a^{\log_a b} = b$ 或 $b = a^{\log_a b} = e^{\ln b}$

2. 三角函数基本关系

(1) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$　　(2) $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$　　(3) $\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$

(4) $\csc\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}$　　(5) $\sec\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$　　(6) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

(7) $\sec^2\alpha = \tan^2\alpha + 1$　　(8) $\csc^2\alpha = \cot^2\alpha + 1$

3. 三角诱导公式

(一)奇偶性　$\sin(-x)=-\sin x$　　$\cos(-x)=\cos x$

不变名　$\tan(-x)=-\tan x$　　$\cot(-x)=-\cot x$

(二)不变名　$\sin(2k\pi+x)=\sin x$　　$\cos(2k\pi+x)=\cos x$

$\tan(k\pi+x)=\tan x$　　$\cot(k\pi+x)=\cot x$　　$\sin(\pi+x)=-\sin x$

$\sin(\pi-x)=\sin x$　　$\cos(\pi+x)=-\cos x$　　$\cos(\pi-x)=-\cos x$

规律：把x看作锐角,计算角所在象限,判断三角的正负。

(三)变名　$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x$　　$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin x$　　$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x$　　$\tan\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\cot x$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cot x$　　$\cot\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\tan x$　　$\cot\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\tan x$

规律：把x看作锐角,计算角所在象限,判断三角的正负,但结果要变名。

3. 其它三角公式

(1)和角公式

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$$

(2)和差化积

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

(3)积化和差

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

(4)倍角公式

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$$

$$1+\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha \qquad 1-\cos 2\alpha=2\sin^2\alpha$$

(5)万能公式

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} \qquad \sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} \qquad \cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

(6)半角公式

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

(7)降次公式

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \qquad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

作 业

习题册

- 第1页
- 第2页
- 第3页